



Kolegium Analiz Ekonomicznych

Autoreferat rozprawy doktorskiej

Dziedzina: nauki społeczne

Dyscyplina: ekonomia i finanse

mgr inż. Agnieszka Kapecka

Fraktalna natura ruchów cen na rynkach finansowych

Promotorka: dr hab. Ewa M. Syczewska, prof. SGH

Warszawa, czerwiec 2024

SPIS TREŚCI

1.	Wprowadzenie.....	3
2.	Uzasadnienie wyboru tematu	5
3.	Cele pracy, pytania i hipotezy badawcze.....	7
4.	Struktura rozprawy.....	8
5.	Źródła i metody badawcze.....	10
6.	Charakterystyka i wyniki przeprowadzonych badań.....	15
7.	Podsumowanie i kierunki dalszych badań.....	17
8.	Literatura cytowana w autoreferacie.....	18

1. Wprowadzenie

Rozprawa niniejsza dotyczy analizy zwrotów z instrumentów finansowych wykonanej metodami związanymi z teorią chaosu. Punktem wyjścia rozważań podjętych w rozprawie była oparta na paradygmacie liniowym hipoteza rynku efektywnego, której opracowanie stało się niezmiernie ważnym krokiem w dziedzinie nauk ekonomicznych. Hipoteza ta zaproponowana została przez Eugene'a F. Fama (E. F. Fama, 1970, s. 383-417) i jest prawdopodobnie jedną z najszerzej badanych hipotez w ramach nauk o finansach inwestycyjnych. Jej znaczenie wynika przede wszystkim z faktu, iż efektywność rynku lub jej brak dotyczy możliwości uzyskania nadzwyczajnych zysków z inwestycji. Testowanie hipotezy rynku efektywnego związane jest z wykorzystaniem metod rachunku prawdopodobieństwa i narzędzi statystycznych w analizie rynków finansowych. Głównym założeniem podejścia liniowego jest twierdzenie, że stopy zwrotu na rynkach finansowych podlegają w przybliżeniu rozkładowi normalnemu i są od siebie niezależne. Rozkład normalny jest podstawą wielu metod statystycznych, jednak jednym z celów pracy było wykazanie, że szeregi czasowe instrumentów finansowych nie cechują się rozkładem normalnym.

Pierwszą próbą badania stóp zwrotu na rynkach finansowych pod kątem ich rozkładu była praca Benoita B. Mandelbrota z 1963 roku (B. B. Mandelbrot, 1963, s. 392-417). Jej autor wykazał, że rozkłady te są lewostronnie asymetryczne, co oznacza, że większa część gęstości rozkładu mieści się w lewym ogonie niż w prawym. W dodatku ogony były wyraźnie pogrubione, a wierzchołek znajdujący się w okolicy średniej był wyższy, niż w przypadku rozkładów normalnych (zjawisko to nazywa się leptokurtozą). Z tego powodu oraz ze względu na występowanie wielu innych odstępstw w rozkładach stóp zwrotu na rynkach finansowych w porównaniu z rozkładem normalnym (m. in.: skupienie zmienności, autokorelacja stóp zwrotu czy występowanie długiej pamięci w zmienności) można stwierdzić, iż stopy zwrotu na rynkach finansowych nie mają rozkładu normalnego (K. Piontek, 2005, s. 297-308; E. E. Peters, 1997, s. 29).

Jedną z hipotez dotyczących natury rynków finansowych jest hipoteza, iż stopy zwrotu na rynkach finansowych należą do rodziny stabilnych rozkładów pareto (zwanych rozkładami fraktalnymi), charakteryzujących się nieskończoną wariancją, co już w 1963 roku zasugerował Mandelbrot (B. B. Mandelbrot, 1963). Hipoteza uwzględniająca takie podejście nosi nazwę hipotezy rynku fraktalnego i została

zaproponowana przez Edgara E. Petersa w 1991 roku (E. E. Peters, 1991). Związana jest z badaniami Harolda E. Hursta prowadzonymi w pierwszej połowie XX wieku, który wywnioskował, że większość systemów naturalnych nie wpisuje się w obowiązującą w owych czasach koncepcję błędzenia przypadkowego, lecz że systemy te podlegają obciążonemu błędzeniu przypadkowemu. Teoria ta jest zgodna z założeniami Petersa odnośnie rynku, w myśl których globalnie (długoterminowo) rynek jest deterministyczny, natomiast lokalnie (krótkoterminowo), wskutek losowo pojawiających się informacji oraz emocjonalnych reakcji uczestników rynku na te informacje, zachowuje się on w sposób losowy (E. E. Peters, 1997, s. 45, 64).

W tym miejscu warto pokrótce wyjaśnić pojęcie fraktala. Według Michała Tempczyka, nie istnieje najmniejsza cząstka rzeczywistości oraz zbiór niepodzielnych i jednorodnych cząstek, gdyż pierwotne tworzywa rzeczywistości dzielą się nieskończenie „w głąb” (M. Tempczyk, 1986, s. 143-173). Wynika stąd, że fraktale (łac. *fractus* – złamany), generowane przez nieliniowe systemy dynamiczne, znakomicie nadają się do opisu większości kształtów naturalnych, a więc również szeregów czasowych, gdyż „...kształty fraktalne są samopodobne względem przestrzeni, a fraktalne szeregi czasowe charakteryzują się statystycznym samopodobieństwem względem czasu” (E. E. Peters, 1997, s. 49). Poszczególne punkty fraktalnych szeregów czasowych są powiązane ze sobą wzajemnymi korelacjami, których nie obserwuje się w przypadku losowych szeregów czasowych (M. J. Łuczak, 2005, s. 98; P. Kowal, 2008, s. 6).

Z hipotezą rynku fraktalnego nierozzerwalnie wiąże się pojęcie teorii chaosu, która znajduje obecnie zastosowanie w wielu dziedzinach nauki, nie tylko w finansach czy ekonomii. Teoria chaosu ma wielu ojców, do których należą chociażby Ilja Prigogine, Edward N. Lorenz czy wspomniany już Mandelbrot, a jej znaczenie porównuje się do tego, jakie miała od początku XX wieku teoria względności i mechanika kwantowa (M. Waszczyk, 2002, s. 2). Jedną z bardziej charakterystycznych cech teorii chaosu jest jej uniwersalność. Jej pojęcia są bowiem stosowane i wykorzystywane w wielu działach nauk technicznych, przyrodniczych czy społecznych. Z uwagi na tematykę podejmowaną w rozprawie najbardziej interesujące jest zastosowanie teorii chaosu w ekonomii i finansach. Według Jakimowicza, „...badania numeryczne archetypowych modeli ekonomicznych pozwalają skonkludować, że systemy gospodarcze wykazują naturalną skłonność do dążenia do krawędzi chaosu, a więc stanu przejściowego między porządkiem a chaosem, gdzie złożoność jest optymalna” (A. Jakimowicz, 2010, s. 253).

System w tym znaczeniu jest zbiorem elementów, pomiędzy którymi zachodzą pewne relacje i oddziaływania. Należy wspomnieć, że do warunków koniecznych występowania chaosu zalicza się: nieliniowość – system musi być opisany nieliniowymi równaniami różniczkowymi lub różnicowymi – oraz otwartość układu, co oznacza, że przynajmniej jeden z parametrów systemu musi zależeć od czynników zewnętrznych (A. Jakimowicz, 2005, s. 321-322).

W nieliniowych systemach dynamicznych losowość i determinizm współistnieją ze sobą, tworząc statyczny porządek. Choć w systemach tych wyniki wydają się być losowe, są one skutkiem działania określonych praw (N. Siemieniuk, T. Siemieniuk, 2015, s. 182). To połączenie lokalnej losowości i globalnego porządku przyczynia się do powstawania dynamicznych procesów, odpornych na wpływ czynników zewnętrznych oraz dobrze przystosowujących się do zmieniających się warunków (E. E. Peters, 1997, s. 43-44; T. Velásquez, 2010, s. 235-236). Tłumaczy to ciągłą ewolucję rynków i jest prawdopodobnie powodem, dla którego nikomu dotychczas nie udało się opracować niezawodnej metody inwestycyjnej, zapewniającej niezmiennie wysokie ponadprzeciętne zyski w horyzoncie długoterminowym (M. N. Rothbard, 2015, s. 24).

Podsumowując opisane powyżej zagadnienia, można zaobserwować typowe atrybuty nieliniowych systemów dynamicznych. Według Petersa, jeżeli rynki finansowe są takimi systemami, to cechują je następujące własności (E. E. Peters, 1997, s. 8-10):

- występowanie długoterminowych korelacji oraz trendów, co jest efektem sprzężenia zwrotnego,
- „kapryśne” zachowywanie się rynków w pewnych określonych warunkach oraz okresach, co wiąże się z istnieniem poziomów krytycznych, przy których istnieje więcej niż jeden stan równowagi,
- występowanie czasowych szeregów stóp zwrotu, cechujących się samopodobieństwem i fraktalną strukturą,
- zmniejszanie się trafności prognoz w miarę zwiększania się ich perspektywy czasowej, co wynika z bardzo dużej wrażliwości systemu na zmianę warunków początkowych.

2. Uzasadnienie wyboru tematu

Od kilkudziesięciu lat autorzy opracowań naukowych badają rozmaite zagadnienia związane z szeroko rozumianą gospodarką, udoskonalając metody badawcze. Zasadniczym problemem wydawać się może złożoność zjawisk ekonomicznych i duża liczba zmiennych wpływających na nieliniowe systemy dynamiczne. Dostępne publikacje często wskazują na niejednoznaczne wyniki, czasami różne w zależności od zastosowanych metod.

Autorce niniejszej rozprawy najbardziej interesujące wydało się przyjrzenie się zastosowaniu metod z zakresu teorii chaosu do analizy finansowych szeregów czasowych. Motywacją do wyboru tej tematyki była właśnie złożoność zjawisk ekonomicznych, tak trudnych do analizy i interpretacji, że – choć wielu inwestorów poszukuje możliwości prognozowania finansowych szeregów czasowych – to wciąż jest to niezwykle trudne, jeśli w ogóle możliwe w dłuższej perspektywie. Rynek rządzi się bowiem swoimi prawami, jest bardzo dynamiczny i daleki od stanu równowagi. Zasadne wydawało się zbadanie, w jakim stopniu da się wychwycić porządek i prawidłowości w szeregach czasowych instrumentów finansowych, co mogłoby być użyteczne pod względem prognostycznym, a zatem również inwestycyjnym.

Pojawianie się kolejnych kryzysów zmusiło badaczy do innego spojrzenia na funkcjonowanie rynku. Mechanizm sprzężenia zwrotnego w wymiarze czasowym jest bowiem kolejną ważną cechą nieliniowych systemów dynamicznych (E. E. Peters, 1997, s. 4-6; A. Jakimowicz, 2013, s. 363). Rozszerzenie zagadnień teorii chaosu na grunt nauk ekonomicznych istotnie wpłynęło na zmianę w myśleniu o metodach analizy aktywności ekonomicznej oraz na wyjaśnienie wielu zjawisk dotyczących fluktuacji, niestabilności, kryzysów i recesji (M. Faggini, A. Parziale, 2012, s. 4). Zagadnienie wpływu zjawisk nietypowych na finansowe szeregi czasowe stało się ważnym elementem pracy, jako że to właśnie takie zdarzenia utrudniają, a często wręcz uniemożliwiają, prognozowanie finansowych szeregów czasowych w długiej perspektywie.

Według Petersa (1997), finansowe szeregi czasowe cechują się występowaniem chaosu deterministycznego oraz naturalnych cykli systemu, a w analizie takich szeregów – w jego opinii uważanych za nieliniowe – w procesie prognozowania niezmiernie ważny jest czas. W przeciwieństwie do losowych szeregów czasowych, gdzie w analizie ważna jest liczba obserwacji w próbie, w tym przypadku nie ma ona większego znaczenia, jednak

szeregi czasowe muszą być na tyle długie (tzn. obejmujące tak długi okres), aby można w nich było wyszczególnić minimum dziesięć cykli naturalnych. Podczas przeglądu literatury dostrzeżono, że w niewielu źródłach zwracano uwagę na ten problem. Większość autorów w ogóle nie podejmuje tematu cykli naturalnych, a jeśli już, to jedynie wyznacza długość cyklu danego szeregu czasowego, ale nie uwzględnia konieczności wyznaczenia ich niezbędnej liczby, aby wyniki badań były obarczone jak najmniejszym błędem. To zagadnienie również wydawało się na tyle interesujące, by w ramach rozprawy doktorskiej zbadać je i przeanalizować.

3. Cele pracy, pytania i hipotezy badawcze

W ramach rozprawy sformułowano trzy cele pracy, dwa pytania badawcze oraz dwie główne i cztery szczegółowe hipotezy badawcze. Ich zestawienie zaprezentowano w poniższej tabeli (Tabela 1).

Tabela 1. Cele pracy, pytania i hipotezy badawcze.

Cele pracy	Sformułowanie
Cel 1	Weryfikacja założenia efektywności rynków finansowych.
Cel 2	Próba wykazania fraktalnej natury ruchów cen na rynkach finansowych.
Cel 3	Analiza empiryczna zróżnicowanych instrumentów finansowych z użyciem różnorodnych metod badawczych.
Pytania badawcze	Sformułowanie
Pytanie 1	Czy rynki finansowe są efektywne czy fraktalne?
Pytanie 2	Czy ruchy cen na rynkach finansowych mają charakter błędzenia losowego czy obciążonego błędzenia przypadkowego?
Hipotezy badawcze	Sformułowanie
Hipoteza główna 1	Rynki finansowe nie są efektywne, lecz fraktalne.
Hipoteza główna 2	Ruchy cen na rynkach finansowych nie mają charakteru błędzenia losowego, lecz mają naturę obciążonego błędzenia przypadkowego: wykresy trajektorii finansowych szeregów czasowych są fraktalami.
Hipoteza szczegółowa 1	Rozkłady stóp zwrotu szeregów czasowych instrumentów finansowych nie są normalne.

Hipotezy badawcze	Sformułowanie
Hipoteza szczegółowa 2	Szeregi czasowe instrumentów finansowych cechują się samopodobieństwem (samopowinowactwem statystycznym).
Hipoteza szczegółowa 3	Finansowe szeregi czasowe cechują się efektem długotrwałej pamięci.
Hipoteza szczegółowa 4	Finansowe szeregi czasowe są trudne do prognozowania z uwagi na bardzo dużą wrażliwość nieliniowych systemów dynamicznych na zmianę warunków początkowych.

Źródło: opracowanie własne.

4. Struktura rozprawy

Rozprawa liczy 371 stron i została zaplanowana w taki sposób, aby była jak najbardziej spójna i czytelna. Pracę podzielono na cztery główne części, z czego trzy pierwsze zawierają zagadnienia teoretyczne, a część czwarta, najbardziej obszerna, stanowi prezentację badań empirycznych wraz z wnioskami. Strukturę pracy zaprezentowano w poniższej tabeli, gdzie wyszczególniono także nazwy rozdziałów w ramach każdej części (Tabela 2).

Tabela 2. Struktura rozprawy doktorskiej.

Struktura pracy	Treść
Wprowadzenie	
Część I	Rynki finansowe w kontekście liniowości
Rozdział 1	Rynki finansowe w ujęciu paradygmatu liniowego
Rozdział 2	Rynki finansowe w ujęciu teorii chaosu
Rozdział 3	Długotrwała pamięć występująca w nieliniowych systemach dynamicznych
Rozdział 4	Nieliniowe systemy dynamiczne w finansach
Część II	Fraktale i elementy geometrii fraktalnej
Rozdział 1	Wprowadzenie do teorii fraktali
Rozdział 2	Samopodobieństwo
Rozdział 3	Fraktale deterministyczne
Rozdział 4	Fraktale losowe
Rozdział 5	Multifraktale
Rozdział 6	Typy odwzorowań
Rozdział 7	Wymiar obiektów geometrycznych
Część III	Metody badań empirycznych
Rozdział 1	Wprowadzenie

Struktura pracy	Treść
Rozdział 2	Analiza zmiennych finansowych z wykorzystaniem miar nieregularności
Rozdział 3	Analiza zmiennych finansowych za pomocą ruchów Browna
Rozdział 4	Weryfikacja danych empirycznych poprzez poszukiwanie naturalnego cyklu systemu dynamicznego
Rozdział 5	Badanie występowania długotrwałej pamięci szeregów czasowych przy użyciu testu mieszania danych
Rozdział 6	Analiza rynków finansowych z wykorzystaniem miar wrażliwości systemu na zmianę warunków początkowych
Rozdział 7	Wybrane źródła literaturowe stanowiące potwierdzenie występowania chaosu deterministycznego w finansowych szeregach czasowych
Część IV	Prezentacja i analiza wyników badań empirycznych
Rozdział 1	Wprowadzenie
Rozdział 2	Interpretacja uzyskanych wyników badań pod kątem analizy finansowej
Rozdział 3	Analiza wybranych indeksów giełdowych
Rozdział 4	Analiza wybranych akcji
Rozdział 5	Analiza wybranych obligacji
Rozdział 6	Analiza wybranych surowców
Rozdział 7	Analiza wybranych par walutowych
Rozdział 8	Podsumowania zbiorcze uzyskanych wyników badań
Rozdział 9	Wkład własny autorki rozprawy
Rozdział 10	Przegląd literatury pod kątem weryfikacji uzyskanych rezultatów
Podsumowanie i wnioski	
Załączniki	
Załącznik 1	Przykłady fraktali deterministycznych tworzonych iteracyjnie, zwanych fraktalami geometrycznymi
Załącznik 2	Przykłady fraktali deterministycznych definiowanych zależnością rekurencyjną punktów przestrzeni, zwanych fraktalami algebraicznymi
Załącznik 3	Funkcja gamma Eulera
Załącznik 4	Obrazy wybranych fraktali (kolorowa wkładka)
Spis rysunków	Część I – 17, Część II – 17, Część III – 11, Część IV – 77
Spis tabel	Część I – 0, Część II – 1, Część III – 3, Część IV – 30
Spis angielskich zwrotów	
Źródła literaturowe	Zwarte pozycje literaturowe – 192 , Strony internetowe – 20
Streszczenie	
Abstract	

Źródło: opracowanie własne.

5. Źródła i metody badawcze

Pracę napisano na podstawie polskich i anglojęzycznych źródeł literaturowych oraz z wykorzystaniem stron internetowych związanych z daną dziedziną. Wykorzystano łącznie 212 źródeł (zob. Tabela 2). Literatura dotycząca zastosowania w zakresie ekonomii i finansów metod badawczych opartych na teorii chaosu jest dość bogata i sukcesywnie poszerzana od kilkudziesięciu lat.

W ostatnim czasie do ekonomii wprowadzono wiele nowych metod wykorzystywanych do analizy szeregów czasowych. Analizy służące do wykrywania nieliniowości i chaosu deterministycznego w ekonomicznych szeregach czasowych najczęściej mają charakter kompleksowy. Z uwagi na trudności w wykryciu wszystkich zmiennych wpływających na badany system, wykorzystuje się różne metody, po czym porównuje się uzyskiwane wyniki. Można zatem mówić o narodzinach nowej dziedziny – ekonometrii jakościowej, badającej złożoność ekonomicznych systemów dynamicznych, przy czym należy wspomnieć, iż właśnie systemy ekonomiczne uznaje się za jedne z najbardziej złożonych (A. Jakimowicz, 2010, s. 240-241). Za największe trudności w zakresie identyfikacji chaosu w nieliniowych systemach dynamicznych uważa się wrażliwość na: liczbę danych, wartości parametrów uwzględnianych w analizie, nadmierną agregację danych i obecność szumu losowego w danych. Trudniej również analizować systemy cechujące się wysokim wymiarem. W rzeczywistości detekcja chaosu zazwyczaj w pierwszej kolejności polega na poszukiwaniu w systemie dwóch ważnych cech chaotyczności: determinizmu oraz nieregularności dynamiki danego systemu (W. Orzeszko, 2016, s. 379-380).

W celu uzyskania możliwie najbardziej wiarygodnych wyników badań empirycznych do analizy wybranych finansowych szeregów czasowych postanowiono zastosować wiele różnorodnych metod badawczych (łącznie 9), takich jak:

- 1) Wykładnik Hursta.
- 2) Punktowe wykładniki Höldera.
- 3) Ułamkowe ruchy Browna.
- 4) Multiułamkowe ruchy Browna.
- 5) Poszukiwanie naturalnego cyklu systemu dynamicznego.
- 6) Badanie występowania długotrwałej pamięci szeregów czasowych przy użyciu testu mieszania danych.

- 7) Wymiar fraktalny.
- 8) Wykładniki Lapunowa.
- 9) Diagram bifurkacji.

Wykładnik Hursta (Q, Bui, R. Ślepaczuk, 2022, s. 2; H. E. Hurst, 1951, s. 770-799; R. Kutner, 2009, s. 25):

Najważniejszym punktem zwrotnym w zakresie przeprowadzania analizy długozasięgowej szeregów czasowych bez wątpienia było opracowanie przez Harolda Edwina Hursta w 1951 roku metody analizy przeskalowanego zakresu R/S (jest to średni dystans, na jaki wartość szeregu czasowego oddali się od punktu początkowego, podzielony przez odchylenie standardowe) oraz zaproponowanego przez niego wykładnika Hursta (który pozwala rozróżniać szeregi losowe od szeregów z obciążonym błędzeniem przypadkowym, a także wskazywać znak i stopień skorelowania danych). Oszacowania wykładnika Hursta są podstawą klasyfikacji według ich wartości oraz wnioskowania co do cech, jakie może mieć badany szereg:

$0 < H < 0,5$	Ujemna korelacja (szereg antypersystentny).
$H = 0,5$	Brak korelacji (szereg losowy).
$0,5 < H < 1$	Dalekozasięgowa korelacja (szereg persystentny).

Punktowe wykładniki Höldera (A. Mastalerz-Kodzis, 2003, s. 49-51; S. Seuret, J. Lévy-Véhel, 2002, s. 263):

Za pomocą punktowych wykładników Höldera można badać złożoność funkcji oraz trajektorii niektórych procesów stochastycznych w otoczeniu dowolnego punktu. Z definicji funkcja Höldera jest ciągła w całej dziedzinie, a jej wykres ma naturę fraktalną. Uogólniona funkcja Höldera jest nieciągła, może być ciągła przedziałami. Funkcja Höldera w różnych przedziałach ma cechy różnych procesów błędzenia losowego. Może być w pewnych miejscach szeregiem antypersystentnym, a w innych – szeregiem persystentnym. Interpretacja wykładnika Höldera w punkcie jest taka sama, jak wykładnika Hursta, z tą różnicą, że wykładniki Hursta dotyczą globalnej analizy szeregu, a wykładniki Höldera – lokalnej.

Ułamkowe ruchy Browna (B. Mandelbrot, 1972, s. 266; E. E. Peters, 1997, s. 63-64):

Koncepcja ułamkowych ruchów Browna zrodziła się jako odpowiedź na krytykę hipotezy efektywności rynku. Ułamkowy proces ruchów Browna, cechujący się samopodobnymi przyrostami, może mieć nieskończoną dodatnią korelację, kiedy $H > 0,5$ lub nieskończoną ujemną korelację, kiedy $H < 0,5$, natomiast w przypadku $H = 0,5$ przyjmuje postać standardowego procesu ruchów Browna.

H bliskie 1 $\rightarrow$ wykres jest krzywą losową prawie gładką.

H bliskie 0 $\rightarrow$ wykres staje się krzywą losową nieregularną.

Dla $H = 0 \rightarrow$ standardowy proces ruchów Browna.

Dla $H = 1 \rightarrow$ proces jest procesem deterministycznym.

Multiułamkowe ruchy Browna (R. Kutner, 2009, s. 9; A. Mastalerz-Kodzis, 2003, s. 80):

Największą zaletą multiułamkowych ruchów Browna jest możliwość badania nieregularności szeregów czasowych w różnych przedziałach czasu. W tym celu należy zastąpić wykładnik Hursta H (stały dla całego procesu) funkcją zależną od czasu $H(t)$, uzyskując w ten sposób z wielkości globalnej wielkość lokalną w czasie. Funkcję $H(t)$ nazywa się funkcją Höldera bądź lokalnym stopniem samopodobieństwa, a proces określa się procesem multifrakalnym lub multiułamkowym procesem ruchów Browna. Gdy wartości funkcji Höldera są bliskie 0, to wykres cechuje się zygzakowatą strukturą. Im wartości funkcji są bliższe 1, tym gładszy jest multiułamkowy proces ruchów Browna. Interpretacja multiułamkowych ruchów Browna jest podobna, jak ułamkowych ruchów Browna, przy czym cechy procesu ułamkowych ruchów Browna w tym przypadku rozpatrywać można jedynie lokalnie.

Cykl systemu dynamicznego (R. Buła, 2015, s. 85-86; W. Orzeszko, 2016, s. 41-42; E. E. Peters, 1997, s. 84-104):

Podczas analizy kluczowych zmiennych ekonomicznych i giełdowych zaobserwowano występowanie ok. 4-5-letnich cykli nieokresowych. Długość cyklu jest miarą czasu, jaki musi upłynąć, aby wpływ zdarzeń z pojedynczego okresu stał się niewykrywalny. Nie zmieniają tego nawet zdarzenia ekstremalne, takie jak: wojny, kryzysy czy załamania giełdowe. Do znajdowania długości cykli systemów dynamicznych można zastosować analizę przeskalowanego zakresu R/S. Długość cyklu wyznacza punkt utraty pamięci, od

którego wykres zaczyna przebiegać wzdłuż linii błędzenia losowego. Aby oszacować przeciętną długość jednego cyklu, należy zastosować regresję liniową do szeregu przeskalowanych zakresów dla kolejnych wartości stanowiących liczbę obserwacji. Z teorii chaosu wynika, że za wystarczającą liczbę danych uważana jest taka, która obejmuje dziesięć cykli. Pojawiające się cykle są niezależne od zagęszczania danych, jeśli więc dla badanego zjawiska liczba obserwacji jest zbyt mała, to nawet przyjmowanie przy analizie danych dziennych, godzinnych czy minutowych nie poprawi sytuacji, gdyż w tym przypadku ważniejszy jest czas, a nie liczba danych.

Wymiar fraktalny (J. Kudrewicz, 2007, s. 20; A. Mastalerz-Kodzis, s. 42-43; E. E. Peters, 1997, s. 58-59):

Wymiar wyraża sposób, w jaki obiekt geometryczny (lub też szereg czasowy) wypełnia przestrzeń. Wymiar szeregów czasowych jest miarą ich zygzakowatości. W przypadku persystentnych szeregów czasowych wymiar fraktalny jest bliższy wymiarowi prostej i im bliższa jedności jest wartość wykładnika Hursta, tym gładzsza i mniej postrzępiona jest linia wykresu w porównaniu do błędzenia przypadkowego. Fraktalny szereg czasowy nie jest czysto deterministyczny. Na taki system wpływają też czynniki losowe – im bardziej, tym większy od 1 jest wymiar fraktalny. W zależności od wartości wykładnika Hursta można wyszczególnić następujące przypadki:

- jeżeli $0,5 < H < 1$, to $1 < D < 1,5$ (persystentne szeregi czasowe, czyli wzmacniające trend),
- jeżeli $H = 0,5$, to $D = 1,5$ (błędzenie przypadkowe),
- jeżeli $0 < H < 0,5$, to $1,5 < D < 2$ (antypersystentne szeregi czasowe).

Dodatni wykładnik Lapunowa (M. Faggini, A. Parziale, 2012, s. 6; A. Jakimowicz, 2013, s. 365; W. Orzeszko, 2016, s. 156):

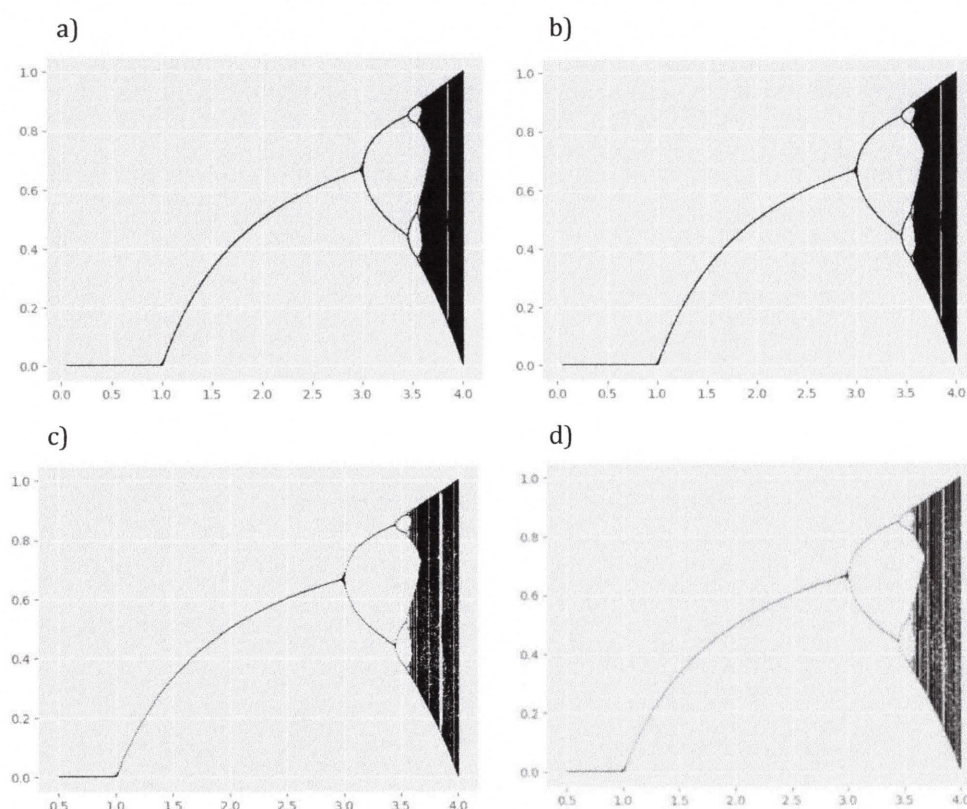
Wykładniki Lapunowa są najczęściej stosowaną ilościową miarą rozbieżności, czyli rozchodzenia się sąsiednich trajektorii (orbit) w przestrzeni fazowej. Określają wrażliwość systemu na zmiany warunków początkowych, która powoduje, że przewidywalność zmniejsza się wykładniczo wraz z wydłużaniem horyzontu prognozy. Warunkiem koniecznym, aby układ m -wymiarowy był chaotyczny jest posiadanie przynajmniej jednego dodatniego wykładnika Lapunowa. Istnienie dodatnich

wykładników Lapunowa nie jest jednak warunkiem wystarczającym do potwierdzenia występowania chaosu deterministycznego w szeregach czasowych.

W praktyce ekonomicznej istotnym zagadnieniem jest określenie zachowania układu w przyszłości. Istnienie dodatniego wykładnika Lapunowa uniemożliwia efektywne prognozowanie ewolucji pojedynczego stanu w dłuższym okresie.

Diagram bifurkacji (J. Awrejcewicz, 1997, s. 31; E. E. Peters, 1997, s. 125-128):

Diagram bifurkacji jest prostym nieliniowym modelem ukazującym siłę zachowań chaotycznych. Przejście od stanu porządku do chaosu wiąże się z gwałtownymi zmianami jakościowymi, tzw. bifurkacjami. Na występowanie chaosu deterministycznego wskazuje „pas stabilności” (biały szeroki pas na diagramie), gdzie obserwuje się mniejsze kopie kształtu głównego. Im wyższa wartość wykładnika Hursta, tym więcej obszarów na diagramie uwidacznia samopodobieństwo (Rysunek 1). Wykres bifurkacji to zbiór możliwych rozwiązań równania (istnieje nieskończona liczba rozwiązań w skończonej przestrzeni).



Rysunek 1. Diagramy bifurkacji z uwidocznionymi pasami stabilności świadczącymi o występowaniu chaosu deterministycznego: a) szereg losowy z $H=0,05$, b) szereg akcji IBM z $H=0,56$, c) szereg S&P500 z $H=0,63$, d) szereg DOW JONES z $H=0,68$. D. Źródło: opracowanie własne.

6. Charakterystyka i wyniki przeprowadzonych badań

Przeprowadzenie badań empirycznych wymagało podjęcia decyzji co do zakresu czasowego. Z uwagi na wystąpienie w niedalekiej przeszłości ogólnoświatowej pandemii COVID-19 oraz niedługo potem kolejnego kryzysowego wydarzenia, czyli pełnoskalowej wojny w Ukrainie, analizą objęto trzy zakresy czasowe:

- od przyjętego początku pomiaru do 31.12.2019 roku,
- od przyjętego początku pomiaru do 31.12.2021 roku,
- od przyjętego początku pomiaru do 31.12.2023 roku.

Analizie poddano następujące instrumenty finansowe (łącznie 17):

Indeksy giełdowe:

- Europa: WIG20 (Polska), DAX (Niemcy), SMI20 (Szwajcaria).
- Ameryka: S&P500 (USA), DOW JONES (USA), IPC (Meksyk).
- Azja: HANG SENG (Hong Kong), NIKKEI225 (Japonia), BSE30 (Indie).

Akcje: COCA COLA (USA), MICROSOFT (USA).

Obligacje: US 10Y BOND YIELD (USA), US 30Y BOND YIELD (USA).

Surowce: XAU/USD, COPPER/USD.

Rynek forex: pary walutowe: USD/PLN, GBP/USD.

Wszystkie obliczenia zostały sporządzone za pomocą języka Python (Anaconda 3.11.7) z wykorzystaniem funkcji bibliotek pandas (<https://pandas.pydata.org/>) i numpy (<https://numpy.org/>). Wyniki obliczeń sformatowano z użyciem programu Excel. Dane do analizy pozyskano z biblioteki yfinance (<https://pypi.org/project/yfinance/>), a część danych pobrano z serwisu <https://stooq.pl/>.

Poniżej zaprezentowano zestawienie zbiorcze pokazujące, w jakim stopniu udało się potwierdzić występowanie chaosu deterministycznego w wybranych przykładowych szeregach finansowych z wykorzystaniem danych metod (Tabela 3). Przyjęto, że jeśli przynajmniej 6 z 9 metod potwierdza fraktalną naturę szeregu czasowego, to można uznać, że posiada on cechy obciążonego błędzenia przypadkowego (czyli wykresy trajektorii danych finansowych szeregów czasowych są fraktalami).

Tabela 3. Występowanie chaosu deterministycznego w szeregach finansowych według poszczególnych metod (TAK – potwierdzenie, NIE – negacja, N/W – nie wiadomo).

	Wykładnik Hursta	Punktowe wykładniki Höldera	Ułamkowe ruchy Browna	Multiułamkowe ruchy Browna	Cykl systemu dynamicznego	Test mieszania danych	Wymiar fraktalny	Dodatni wykładnik Lapunowa	Diagram bifurkacji	Szereg czasowy z chaosem deterministycznym
WIG20 (Polska)	N/W	TAK	TAK	TAK	N/W	N/W	TAK	TAK	TAK	TAK
DAX (Niemcy)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	TAK
SMI20 (Szwajcaria)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	TAK
S&P500 (USA)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK
DOW JONES (USA)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK
IPC (Meksyk)	N/W	TAK	NIE	NIE	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	NIE
HANG SENG (Hong Kong)	NIE	TAK	NIE	NIE	NIE	NIE	N/W	TAK	NIE	NIE
NIKKEI225 (Japonia)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	TAK
BSE30 (Indie)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK
Coca Cola (USA)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK
Microsoft (USA)	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK
US 10Y BOND YIELD (USA)	NIE	TAK	TAK	TAK	NIE	NIE	N/W	NIE	NIE	NIE
US 30Y BOND YIELD (USA)	NIE	TAK	TAK	TAK	NIE	NIE	N/W	TAK	NIE	NIE
XAU/USD	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	TAK
COPPER/USD	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	TAK	NIE	TAK
USD/PLN	TAK	TAK	N/W	N/W	NIE	NIE	TAK	TAK	NIE	NIE
GPB/USD	TAK	TAK	NIE	NIE	NIE	NIE	TAK	NIE	NIE	NIE

Źródło: opracowanie własne.

Po przeprowadzonej analizie można stwierdzić, że większość badanych finansowych szeregów czasowych (aż 11/17) posiada cechy obciążonego błędzenia przypadkowego. Pozostałe szeregi czasowe posiadają pewne cechy świadczące o ich fraktalnej naturze, jednak liczba takich cech jest zbyt mała, dlatego uznano, że są to szeregi czasowe losowe. Należy jednak mieć na uwadze, że w rozprawie wykazano, iż lokalnie we wszystkich badanych szeregach czasowych zaobserwowano pewne cechy chaosu deterministycznego. Warto także zwrócić uwagę na niejednoznaczność uzyskanych wyników w przypadku niektórych instrumentów finansowych. Trudności interpretacyjne mogą być skutkiem polityki regulacyjnej rządów i banków centralnych, co istotnie wpływa na kursy danych indeksów, a więc i na wyniki przeprowadzonych badań.

Analiza danych w zależności od przyjętego zakresu (do końca 2019, 2021 i 2023 roku) uwidoczniła odmienne wyniki uzyskane w zależności od przyjętego horyzontu czasowego. Przeprowadzając analizy szeregów czasowych w trzech różnych zakresach zauważono, że dla większości rozpatrywanych indeksów wartości wykładników Hursta z każdym kolejnym zakresem były coraz niższe, a więc można wysnuć wniosek, że zdarzenia nietypowe (np. wojny, kryzysy, krachy czy nawet w tym przypadku pandemia COVID-19) wpływają na obniżenie wykładnika Hursta, a zatem na zwiększenie ryzyka inwestycyjnego.

7. Podsumowanie i kierunki dalszych badań

Konkludując można uznać, iż uzyskane wyniki badań w większości przypadków potwierdzają występowanie długotrwałej pamięci w finansowych szeregach czasowych, zatem rynek nie jest efektywny i wartości danych instrumentów finansowych nie odzwierciedlają wszystkich dostępnych na rynku informacji. Na podstawie takich szeregów czasowych można stwierdzić, że ruchy cen na rynkach finansowych nie mają charakteru błędzenia przypadkowego, lecz ceny poruszają się zgodnie z lokalnym trendem (ruchy cen mają charakter obciążonego błędzenia przypadkowego), a zatem wykresy trajektorii tych szeregów czasowych są fraktalami, co potwierdza główne hipotezy rozprawy.

Zaprezentowane w danym opracowaniu podejścia i metody badań oraz analizy finansowych szeregów czasowych z pewnością nie wyczerpują wszystkich możliwości. Teoria chaosu daje bowiem niezmiernie dużo różnych metod badawczych, a zapewne

z czasem będą powstawać nowe, bardziej udoskonalone mierniki pozwalające na identyfikację chaosu deterministycznego w finansowych szeregach czasowych. Rozważania podjęte w rozprawie stanowią niejako uzupełnienie dotychczas podejmowanych oraz bazę do dalszych badań naukowych w danym zakresie. Z uwagi na złożoność danych zagadnień i trudności interpretacyjne do uzyskanych rezultatów należy podchodzić z dużą ostrożnością.

Interesujące byłoby powtórzenie podobnych badań za kilkanaście lat, kiedy większość indeksów giełdowych, również krajów rozwijających się, będzie miała szeregi czasowe na tyle długie, aby można było w nich wyznaczyć minimum dziesięć naturalnych cykli systemu dynamicznego. Warto też byłoby wówczas zbadać, jak w analizie porównawczej zachowywałyby się wybrane szeregi czasowe, gdyby przyjąć ich porównywalną długość, gdyż w rozprawie przyjęto szeregi czasowe o zróżnicowanej długości, w zależności od dostępnych danych. Kolejnym kierunkiem wartym uwagi jest sporządzenie badań ukazujących wpływ zdarzeń kryzysowych na finansowe szeregi czasowe, ale z uwzględnieniem podobnych zakresów czasowych oraz podobnej szerokości geograficznej lub powiązań gospodarczych, gdyż uwarunkowania lokalne mają wpływ na stopień oddziaływania określonych kryzysów na dane instrumenty finansowe.

8. Literatura cytowana w autoreferacie

- [1] Awrejcewicz J., *Tajemnice nieliniowej dynamiki*, Wydawnictwo Politechniki Łódzkiej, Łódź 1997.
- [2] Bui Q., Ślepaczuk R., Applying Hurst Exponent in pair trading strategies on Nasdaq 100 index, *Physica A*, nr 592, 2022.
- [3] Buła R., *Fluktuacje cen towarów rolnych w świetle analizy fraktalnej, Wyzwania współczesnej gospodarki – aspekty teoretyczne i praktyczne*, Wydawnictwo Szkoły Głównej Gospodarstwa Wiejskiego, monografia, Warszawa 2015.
- [4] Faggini M., Parziale A., The failure of economic theory. Lessons from chaos theory, *Scientific Research, Modern Economy*, nr 3, 2012.
- [5] Fama E. F., Efficient capital markets: a review of theory and empirical work, *Journal of Finance*, t. 25, nr 2, 1970.

- [6] Grobys K., A Fractal and comparative view of the memory of Bitcoin and S&P 500 returns, *ELSEVIER, Research in International Business and Finance*, nr 66, 2023.
- [7] Hurst H. E., Long term storage capacity of reservoirs, *Transactions of the American Society of Civil Engineers*, nr 116, 1951.
- [8] Jakimowicz A., Katastrofy i chaos w wyjaśnianiu złożoności procesów gospodarczych, *Studia Ekonomiczne, Instytut Nauk Ekonomicznych PAN*, nr 3 (LLXXVIII), 2013.
- [9] Jakimowicz A., *Od Keynesa do teorii chaosu: ewolucja teorii wahań koniunkturalnych*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2005.
- [10] Jakimowicz A., *Źródła niestabilności struktur rynkowych*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 2010.
- [11] Kowal P., *Jaka jest długość wybrzeża Bałtyku? Pomiar struktur fraktalnych*, Politechnika Wrocławska, niepublikowana praca inżynierska, Wrocław 2008.
- [12] Kudrewicz J., *Fraktale i chaos*, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, Warszawa 2007.
- [13] Kutner R., *Symulacje komputerowe procesów syngularnych i osobliwych w finansach – wybrane algorytmy* [pdf], Warszawa 2009 [Pozyskano z: https://www.fuw.edu.pl/tl_files/studia/materialy/ef/Hurst_Finance.pdf].
- [14] Łuczak M. J., Zastosowanie fraktali do pozyskiwania wiedzy o rynkach kapitałowych, *Polskie Stowarzyszenie Zarządzania Wiedzą*, nr 4, Bydgoszcz 2005.
- [15] Mandelbrot B. B., Statistical methodology for nonperiodic cycles: from the covariance to R/S analysis, *Annals of Economic and Social Measurement*, nr 1 (3), 1972.
- [16] Mandelbrot B. B., The variation of certain speculative prices, *Journal of Business*, nr XXXVI, 1963.
- [17] Mastalerz-Kodzis A., *Modelowanie procesów na rynku kapitałowym za pomocą multifraktali*, Wydawnictwo Akademii Ekonomicznej w Katowicach, Katowice 2003.
- [18] Orzeszko W., *Nieparametryczna identyfikacja nieliniowości w finansowych i ekonomicznych szeregach czasowych*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu Mikołaja Kopernika, Toruń 2016.
- [19] Peters E. E., *Chaos and order in the capital markets: a new view of cycles, prices, and market volatility*, Wiley, New York 1991.
- [20] Peters E. E., *Teoria chaosu a rynki kapitałowe*, WIG-PRESS, Warszawa 1997.

- [21] Piontek K., Modelowanie własności szeregów stóp zwrotu – skośność rozkładów, *Prace Naukowe Akademii Ekonomicznej we Wrocławiu. Ekonometria*, nr 15 (1096), 2005.
- [22] Rothbard M. N., *Ekonomiczny punkt widzenia*, Instytut Ludwiga Von Misesa, Wrocław 2015.
- [23] Sánchez M. A., Trinidad J. E., García J., Fernández M., The effect of the underlying distribution in Hurst exponent estimation, *PLOS ONE*, 2015.
- [24] Siemieniuk N., Siemieniuk T., Teoria chaosu deterministycznego a decyzje inwestorów giełdowych, *Zeszyty Naukowe Uniwersytetu Szczecińskiego. Finanse, Rynki Finansowe, Ubezpieczenia*, t. 1, nr 74, Szczecin 2015.
- [25] Tempczyk M., *Fizyka a świat realny: elementy filozofii fizyki*, Polskie Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1986.
- [26] Waszczyk M., Wpływ teorii chaosu na niektóre tradycyjne stanowiska ontologiczne oraz na spór o redukcjonizm, *Zeszyty Naukowe Politechniki Gdańskiej*, t. 6, nr 589, Gdańsk 2002.
- [27] Velásquez T., Chaos theory and the science of fractals in finance, *Copenhagen Business School, ODEON*, nr 5, 2010.

Agnieszka Uapelu