

Kraków, dnia 18 grudnia 2018 r.

dr hab. Agnieszka Lipieta
Katedra Matematyki
Zakład Ekonomii Matematycznej
Uniwersytet Ekonomiczny w Krakowie

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr Małgorzaty Kamienieckiej pt.
„Modele: Solowa i Mankiwa-Romera-Weila
z endogenicznymi stopami oszczędności. Analiza chaotycznej dynamiki”**

1. Ogólna charakterystyka rozprawy

Przedstawiona do recenzji rozprawa doktorska została napisana pod kierunkiem naukowym Pana prof. SGH dra hab. Roberta Kruszewskiego. Składa się ze streszczeń w języku polskim i angielskim, wstępu, czterech rozdziałów, podsumowania, wykazu literatury, spisu tabel i rysunków, łącznie 119 stron.

Praca doktorska ma charakter teoretyczny. Jej tematyka dotyczy problemów teorii wzrostu gospodarczego: istnienia, jedyności oraz stabilności równowagi w zmodyfikowanych przez Doktorantkę modelach Solowa i Mankiwa-Romera-Weila. Modyfikacja tych modeli polega na zastąpieniu egzogenicznej, stałej stopy oszczędności, stopą o charakterze endogenicznym.

Model Solowa to kluczowy model teorii wzrostu, zaliczany do grupy modeli neoklasycznych. W modelach Solowa oraz Mankiwa-Romera-Weila, zwanego w literaturze również rozszerzonym modelem Solowa, stopy oszczędności wpływają na poziom gospodarki, ale ich kształtowanie się nie jest wyjaśniane przez model. Zgodnie z założeniami tzw. nowej teorii wzrostu gospodarczego pożądanym byłoby, by wzrost był w pełni wyjaśniany przez model. W tym kontekście recenzowaną pracę doktorską należy zakwalifikować do wspomnianego nurtu nowej teorii wzrostu.

Doktorantka analizowała modele Solowa oraz Mankiwa-Romera-Weila w dwóch wersjach: z czasem ciągłym oraz dyskretnym. Wybór charakteru zmiennej czasowej okazał się mieć znaczenie dla postaci równowag oraz ich własności, a także dla przewidzenia, w pewnych

Agnieszka Lipieta

sytuacjach, wystąpienia cykli gospodarczych i określenia ich okresowości. Zostało to w sposób właściwy zaprezentowane i podkreślone w recenzowanej rozprawie.

2. Ocena treści merytorycznej i osiągnięcia rozprawy

We wstępie Pani mgr Małgorzata Kamieniecka określiła cel swojej pracy doktorskiej, którym jest "przeprowadzenie analizy i porównanie dynamiki tego samego nieliniowego modelu wzrostu gospodarczego w dwóch wariantach różniących się modelowaniem zmiennej niezależnej od czasu". Autorka nadmieniła też, że w pracy „zostaną wskazane warunki sprzyjające występowaniu cykli gospodarczych i okoliczności z powodu których zastosowanie zmiennych, endogenicznych stóp oszczędności wpływa na okresowe wahania kapitału”. We wstępie Doktorantka sformułowała ciekawą tezę swojej pracy doktorskiej, którą jest „możliwość poprawy jakości prognoz dostarczanych przez deterministyczne modele wzrostu gospodarczego poprzez uwzględnienie zachowań charakterystycznych dla nieliniowych układów dynamicznych”, w ramach której zaproponowała trzy hipotezy badawcze. Sformułowanie hipotez: pierwszej i drugiej tj. „wybór zmiennej czasowej jako zmiennej dyskretnej lub ciągłej może znacząco wpływać na dynamikę zastosowanego modelu nieliniowego” oraz „wprowadzenie do systemu nieliniowego kolejnego wymiaru (np. w postaci kapitału ludzkiego) zmienia własności dynamiczne modelu (a także zakres prognozowania)” jest logiczną konsekwencją struktury pracy. Bardzo interesująca jest hipoteza trzecia mówiąca, że: „zastosowanie endogenicznych stóp oszczędności w nieliniowym modelu wzrostu ma wpływ na dynamikę modelu i może być źródłem cykliczności w gospodarce”.

Doktorantka podkreśliła we wstępie, że wprowadzenie do modeli: Solowa i Mankiwa-Romera-Weila stopy oszczędności w postaci zaproponowanej w pracy R. H. Day'a *Irregular Growth Cycles* (*The American Economic Review*, 1982) jest jej oryginalnym pomysłem. W literaturze ekonomicznej można znaleźć pracę o podobnym charakterze poświęconą wspomnianej postaci stopy oszczędności. Jest nią artykuł Pana Profesora Roberta Kruszewskiego *Dynamika modelu wzrostu gospodarczego z endogenicznym wzrostem wiedzy i zmiennymi oszczędnościami*, (www.mikroekonomia.net/system/publication_files/340/original/8.pdf?1314953982, dostęp: 2.11.2018), do czego niestety Doktorantka nie odniosła się w rozprawie doktorskiej.

W rozdziale pierwszym Pani Małgorzata Kamieniecka przytoczyła funkcjonujące w literaturze ekonomicznej definicje wzrostu gospodarczego, wymieniła jego różne miary, dokonała przeglądu najbardziej znanych modeli teorii wzrostu gospodarczego oraz krótko opisała genezę zastosowań teorii chaosu w teorii ekonomii, co oceniam bardzo pozytywnie.

W rozdziale tym Autorka dokonała również wyczerpującego przeglądu literatury dotyczącej modeli wzrostu gospodarczego. Zaprezentowany przegląd literatury ma w mojej opinii poważną wadę. Doktorantka bezkrytycznie przepisała Tabele 1.2.1 (s.17-18), 1.3.1 (s. 23-27) oraz 1.3.1 (s. 23-27) - około 7 stron z liczącego 23 strony rozdziału pierwszego - z podaniem co prawda źródeł, ale bez ich uzupełnienia czy dodatkowych komentarzy (Tabele 1.2.1 oraz 1.3.1 zostały przekopiuwane z artykułu B. Z. Liberdy i E. Maja *Idee i nowoczesny wzrost* (1994), natomiast Tabela 1.4.1 (s. 32-33) z artykuł W. Orzeszko *Modele chaotyczne w ekonomii*, 2005). Taka prezentacja nie spełniła swojej roli: czytelnik rozprawy doktorskiej ma prawo oczekiwać od Doktorantki autorskiego przeglądu literatury.

W rozdziale drugim Doktorantka podjęła się niełatwego, z uwagi na skomplikowany aparat matematyczny wykorzystywany w pracy, zadania prezentacji definicji i twierdzeń, w oparciu o które będzie przeprowadzona analiza zmodyfikowanych modeli w kolejnych rozdziałach rozprawy. Autorka przytacza m.in. definicje dyskretnego i ciągłego układu dynamicznego, definicję trajektorii stabilnej w sensie Lapunowa, definicję atraktora chaotycznego, definicję rozwiązania lokalnie asymptotycznie stabilnego, opis przestrzeni fazowej, definicję bifurkacji i porządku Szarkowskiego. Przedstawienie takiego zestawienia miało ułatwić czytelnikowi analizę trzeciego i czwartego rozdziału rozprawy. Ten rozdział uważam jednak za najsłabszy w całej pracy. Doktorantka miejscami wyrażała się nieprecyzyjnie (np. co to jest „przestrzeń matematyczna”?), a końcowe fragmenty tego rozdziału np. charakteryzacja przestrzeni fazowej czy definicja intermitencji są w mojej opinii niepoprawnie zredagowane. Definicje entropii w sensie Kołmogorowa oraz chaosu deterministycznego powinny być sformułowane w ujęciu matematycznym. Uciążliwy jest również w wielu miejscach brak precyzyjnych odwołań do literatury. Przy każdej definicji czy twierdzeniu, które nie zostało przez Doktorantkę udowodnione w pracy doktorskiej, powinno znaleźć się odwołanie przynajmniej do jednej pozycji z literatury, łącznie z podaniem numerów stron cytowanych pozycji. Te braki utrudniają lekturę i ocenę pracy, która wiele zyskałaby na przejrzystości. Brak odwołań jest szczególnie rażący, gdy wykorzystywane są twierdzenia w mało standardowych wersjach. Wyrażam wątpliwość czy przedstawiona w pracy wersja twierdzenia Szarkowskiego jest prawdziwa (w znanych mi wersjach tego twierdzenia zbiór I jest odcinkiem domkniętym w \mathbb{R} albo domkniętą półprostą w \mathbb{R} albo całym zbiorem liczb rzeczywistych, a nie dowolnym podzbiorem zbioru liczb rzeczywistych).

Rozdziały trzeci i czwarty zawierają główne wyniki pracy. Na początku rozdziału trzeciego Pani Kamieniecka zdefiniowała modele: Solowa oraz Mankiwa-Romera-Weila z czasem dyskretnym, wyprowadziła podstawowe równania opisujące dynamikę modeli oraz dokonała

analizy tych dynamik, dla funkcji produkcji w postaci intensywnej oraz dla funkcji Cobba-Douglasa. Na podstawie przeprowadzonej analizy Doktorantka częściowo (tj. dla modeli dyskretnych) odniosła się do drugiej hipotezy badawczej pokazując m.in., że rozszerzenie modelu Solowa o kapitał ludzki zmienia postać i obszar stabilności równowagi. W kolejnej części rozdziału trzeciego Doktorantka, zgodnie z zapowiedzią we wstępie, zastąpiła w modelu Solowa stałą, egzogeniczną stopę oszczędności, stopą endogeniczną zdefiniowaną w pracy *Irregular Growth Cycles*. Doktorantka nie przedstawiła jednak uzasadnienia co do wyboru wspomnianej postaci równania opisującego stopy oszczędności. Lakoniczne stwierdzenie we wstępie: „długookresowy wzrost gospodarczy powinien być skorelowany ze zmiennymi behawioralnymi, które mają wpływ na stopę oszczędności” (B. S. Bernanke & R. S. Gurkaynak *Is growth Exogenous? Taking Mankiw, Romer and Weil seriously*, 2001) nie wyjaśnia dlaczego zaproponowana przez Day'a postać stopy oszczędności wydała się Autorce na tyle ważna, aby zająć się jej analizą. W zmodyfikowanym modelu Solowa Doktorantka wyznaczyła punkt równowagi, sformułowała warunek wystarczający dla jego jedyności (twierdzenie 1, s. 57) oraz określiła warunki wystarczające wystąpienia lokalnej asymptotycznej stabilności równowagi (twierdzenie 2, s. 58). Następnie Autorka zajęła się analizą własności równowagi w zmodyfikowanym modelu Solowa w sytuacji, gdy warunki wystarczające sformułowane w twierdzeniu 2 nie są spełnione. Ta część pracy była oparta na analizie diagramów bifurkacyjnych, własności entropii Kołmogorowa, wykładnika oraz wymiaru Lapunowa. W dalszej części pracy analogiczna procedura był przeprowadzona dla modelu Mankiwa-Romera-Weila. Analizę dotyczącą istnienia i jedyności równowagi w oryginalnych i zmodyfikowanych modelach Solowa oraz Mankiwa-Romera-Weila oceniam pozytywnie, natomiast analizę chaotycznej dynamiki przeprowadzoną dla obu modeli oceniam wysoko. Wymagała ona od Doktorantki opanowania trudnego aparatu matematycznego i nabrania biegłości w jego wykorzystywaniu. Umożliwiła również częściową weryfikację trzeciej hipotezy badawczej oraz pozwoliła potwierdzić tezę pracy.

Większość wyników rozdziału trzeciego zostało opublikowane w pracy Pani Małgorzaty Kamienieckiej *Dynamika modelu Solowa i modelu Mankiwa-Romera-Weila z endogenicznymi stopami oszczędności* (Wyższa Szkoła Bankowa we Wrocławiu 2015), czego jednak na próżno szukać w podanym przez Doktorantkę spisie literatury.

W rozdziale czwartym Autorka dokonała dla modeli Solowa i Mankiwa-Romera-Weila z czasem ciągłym podobnych analiz jak w rozdziale trzecim. Przeprowadzone rozumowania pozwoliły na zweryfikowanie pierwszej i drugiej hipotezy badawczej. Z przykrością stwierdzam, że Doktorantka, pomyliła się przy obliczeniu jacobianu (s. 100), który był

podstawą do sformułowania tezy a następnie pełnił kluczową rolę w dowodzie twierdzenia 7 (s. 100). Ten rachunkowy błąd spowodował, że Doktorantka błędnie określiła warunki wystarczające do wystąpienia lokalnej asymptotycznej stabilności równowagi w zmodyfikowanym modelu Mankiwa-Romera-Weila co umniejsza wartość wyników czwartego rozdziału pracy doktorskiej. Błąd ten jest jednak dość łatwy do usunięcia.

Rozprawa kończy się Podsumowaniem, w którym, w zwięzły sposób, Doktorantka opisała wyniki pracy oraz sformułowała wnioski z przeprowadzonych badań.

4. Ocena rozprawy od strony redakcyjnej

Recenzowana rozprawa doktorska napisana jest starannie. Każdy rozdział zaczyna się mottem, co zaciekawia czytelnika, a kończy podsumowaniem. Prowadzone wywody są logiczne, a rysunki i tabele czytelne. Praca jest poprawna pod względem językowym.

5. Ocena ogólna rozprawy

Ze względu na treści rozprawy kwalifikacja pracy do dyscypliny ekonomia nie budzi wątpliwości. Przedstawiona problematyka rozprawy jest ważna w analizach makroekonomicznych.

Za najważniejsze osiągnięcia rozprawy uważam:

1. Oryginalne modyfikacje znanych modeli wzrostu gospodarczego.

Model Solowa i jego różne modyfikacje są częstym przedmiotem analiz ekonomicznych, a w literaturze ekonomicznej można znaleźć wiele konstrukcji rozszerzeń modelu Solowa. Znalezienie ciekawego i oryginalnego tematu do badań skupionych wokół modelu Solowa i jego modyfikacjach nie jest łatwe. Rozprawa doktorska Pani Kamienieckiej przedstawia autorskie modele, dzięki którym Doktorantka prezentuje ciekawe i nietrywialne rezultaty. Wyniki pracy oraz wnioski, jakie sformułowano utwierdzają w przekonaniu, że zaproponowane modyfikacje mogą być użyteczne do kontynuacji analiz zapoczątkowanych w pracy doktorskiej oraz do podjęcia nowych zadań badawczych.

2. Teoretyczną analizę równowag w omawianych modelach i badanie własności tych równowag pod kątem ich lokalnej asymptotycznej stabilności.

3. Przykłady analizy równowag poza obszarem lokalnej asymptotycznej stabilności opartej na teorii chaosu i teorii bifurkacji.

Słabe strony pracy:

1. Sformułowanie oraz dowód twierdzenia nr 7 (s. 100) będące konsekwencją błędu rachunkowego.
2. Brak rozwinięcia zapowiadanego we wstępie wątku „możliwości prognozowania” w oparciu o modele Solowa oraz Mankiwa-Romera-Weila z czasem dyskretnym.
3. Odtwórczy przegląd literatury.
4. Brak precyzji w formułowaniu niektórych pojęć i twierdzeń.

6. Konkluzja

Praca doktorska Pani mgr Małgorzaty Kamienieckiej wpisuje się w listę prac naukowych, których autorzy rozbudowują znane modele ekonomiczne w celu pełniejszego opisu zjawisk ekonomicznych. Omawiane w pracy problemy są związane z zagadnieniami wzrostu i rozwoju gospodarczego, które to zagadnienia znajdują się w centrum zainteresowań makroekonomistów.

Przedstawiona do recenzji praca doktorska stanowi oryginalne rozwiązanie przedstawionego w niej problemu naukowego oraz wskazuje na ogólną wiedzę teoretyczną Pani Małgorzaty Kamienieckiej w dyscyplinie ekonomia. Doktorantka wykazała się znajomością podjętego zagadnienia oraz umiejętnością samodzielnego prowadzenia pracy naukowej.

Przedstawiona mi do recenzji rozprawa doktorska „Modele: Solowa i Mankiwa-Romera-Weila z endogenicznymi stopami oszczędności. Analiza chaotycznej dynamiki” autorstwa Pani mgr Małgorzaty Kamienieckiej spełnia wymogi stawiane rozprawom doktorskim określone w art. 13 ust. 1 *Ustawy z dnia 14 marca 2003 r. o stopniach naukowych i tytule naukowym oraz o stopniach i tytule w zakresie sztuki* (Dz. U. z 2017 r. poz. 1789). Wnoszę zatem o jej przyjęcie oraz dopuszczenie do publicznej obrony.

Agnieszka Lipińska